

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 30

Задание 1. Вариант 1. Летним утром Антон и Оля отправились загорать на берегу небольшого острова посередине озера. Первую часть пути ребята ехали на велосипедах по лесу, а вторую — плыли по озеру. Антон ехал по лесной тропинке со скоростью 10 км/ч, а Оля — со скоростью 11 км/ч. Антон плыл со скоростью 2 км/ч, а Оля — со скоростью 1 км/ч. На берег острова ребята вышли одновременно.

а) Сколько метров в минуту проезжала Оля? Ответ округлите до десятых.

Ответ: 183.3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Сколько времени потратил Антон на преодоление 10 м вплавь по озеру? Ответ выразите в секундах, округлите до целых.

Ответ: 18

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

в) Во сколько раз быстрее Оля едет, чем плывёт? При расчётах делите большую величину на меньшую. Ответ округлите до целых.

Ответ: 11

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл

г) Кто приехал к берегу озера раньше?

Ответ:

- Антон
- ✓ Оля
- Одновременно

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 0.5 балла

д) Кто переплыл озеро быстрее?

Ответ:

- ✓ Антон
- Оля
- Одновременно

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 0.5 балла

е) Чему равно расстояние, которое проплыл Антон, если весь путь составил $s = 3$ км? Ответ выразите в метрах, округлите до целых.

Ответ: 54

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3.5 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Выразим скорость 11 км/ч в метрах в минуту:

$$V_O = 11 \text{ км/ч} = \frac{1100 \text{ м}}{60 \text{ мин}} = \frac{550 \text{ м}}{3 \text{ мин}} \approx 183.3 \text{ м/мин.}$$

б) Чтобы найти время в пути, надо путь разделить на скорость:

$$t = \frac{S}{v} = \frac{10 \text{ м}}{2 \text{ км/ч}} = \frac{10 \text{ м} \cdot 3600 \text{ с}}{2000 \text{ м}} = 18 \text{ с.}$$

в) Найдём отношение скоростей Оли на суше и на воде:

$$K = \frac{11 \text{ км/ч}}{1 \text{ км/ч}} = 11.$$

г) Так как пути одинаковые, время в пути будет меньше во столько же раз, во сколько скорость больше:

$$10 \text{ км/ч} < 11 \text{ км/ч},$$

значит, Оля приедет раньше.

д) Так как пути одинаковые, время в пути будет меньше во столько же раз, во сколько скорость больше:

$$1 \text{ км/ч} < 2 \text{ км/ч},$$

значит, Антон переплывёт раньше.

е) Время Антона в пути: $\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_3}$. Время Оли в пути: $\frac{S_1}{v_2} + \frac{S_2}{v_4}$. Эти времена одинаковые по условию задачи, а весь путь известен. Составим систему уравнения и решим её:

$$\begin{cases} \frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_3} = \frac{S_1}{v_2} + \frac{S_2}{v_4}, \\ S = S_1 + S_2 \end{cases}$$

$$(s - s_2) \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = s_2 \left(\frac{1}{v_4} - \frac{1}{v_3} \right),$$

$$s_2 = \frac{\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}}{\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_3} + \frac{1}{v_4}} \cdot s.$$

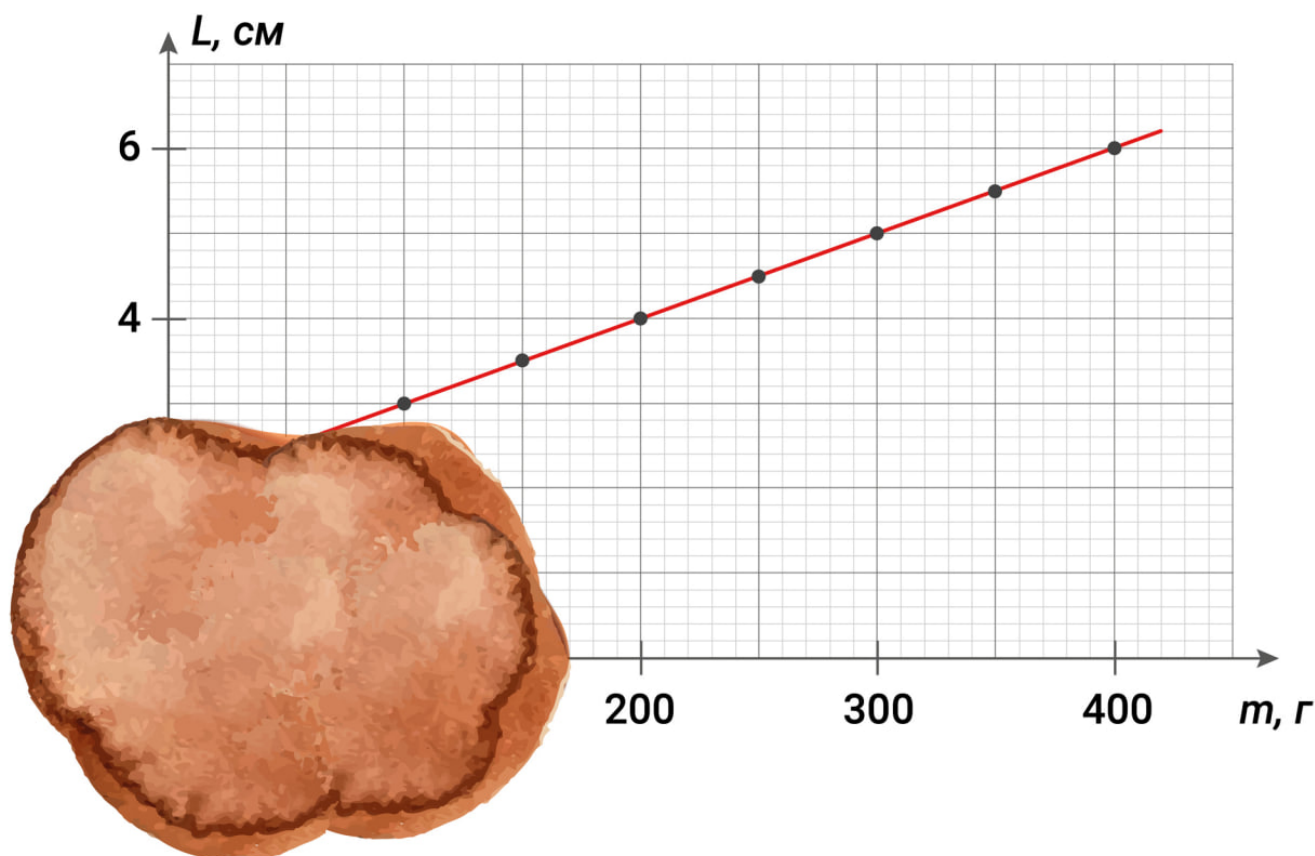
Вычислим:

$$S_2 = \frac{\frac{1}{10} - \frac{1}{11}}{\frac{1}{10} - \frac{1}{11} - \frac{1}{2} + \frac{1}{1}} \cdot 3 \text{ км} = \frac{3}{56} \text{ км} \approx 0.0536 \text{ км} \approx 54 \text{ м}.$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 1.
Пункты а, б, в, е)

№ варианта	v_A , км/ч	v_O , км/ч	v'_A , км/ч	v'_O , км/ч	V_O , м/мин	t , с	K	S_2 , м
1	10	11	2	1	183.3	18	11	54
2	7	8	3	2	133.3	12	4	290
3	9	10	2	1	166.7	18	10	65
4	7	10	3	2	166.7	12	5	614
5	8	11	3	1	183.3	12	11	146

Задание 2. Вариант 1. Владимир проводил эксперимент: к концу пружины он подвешивал грузы разной массы и измерял её длину. По результатам измерений он построил график зависимости длины пружины L от массы подвешенного груза m . По неосторожности он пролил на график кофе, и часть изображения оказалась утеряна. По оставшемуся фрагменту графика восстановите данные. Закон Гука выполняется при всех удлинениях пружины. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$.



а) Чему равна жёсткость пружины? Ответ выразите в Н/м, округлите до целых.

Ответ: 100

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2 балла

б) Чему равна длина недеформированной пружины? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

Ответ: 2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

в) При какой массе груза длина пружины составит 9 см? Ответ выразите в граммах, округлите до целых.

Ответ: 700

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

г) Владимир разрезал пружину пополам и повесил к одной из частей груз массой $m = 400$ г. Чему теперь равна длина растянутой пружины? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целых.

Ответ: 3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Груз находится в равновесии, сила тяжести, действующая на груз, уравновешена силой упругости пружины: $F_m = F_{\text{упр}}$, т. е. $m \cdot g = k \cdot (l - l_0)$. Применим это уравнение дважды: для груза массой $m_1 = 200$ г и для груза массой $m_2 = 400$ г. Получим систему и решим её:

$$\begin{cases} m_1 \cdot g = k \cdot (l_1 - l_0) \\ m_2 \cdot g = k \cdot (l_2 - l_0) \end{cases},$$

$$\begin{cases} l_0 = l_1 - \frac{m_1 \cdot g}{k} \\ l_0 = l_2 - \frac{m_2 \cdot g}{k} \end{cases},$$

$$l_1 - \frac{m_1 \cdot g}{k} = l_2 - \frac{m_2 \cdot g}{k},$$

$$l_2 - l_1 = \frac{m_2 \cdot g - m_1 \cdot g}{k},$$

$$k = \frac{(m_2 - m_1) \cdot g}{l_2 - l_1}.$$

Вычислим жёсткость пружины:

$$k = \frac{(0.4 - 0.3) \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{0.06 \text{ м} - 0.05 \text{ м}} = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

б) Решим ту же систему относительно l_0 :

$$\begin{cases} m_1 \cdot g = k \cdot (l_1 - l_0) \\ m_2 \cdot g = k \cdot (l_2 - l_0) \end{cases},$$

$$\frac{m_1 \cdot g}{m_2 \cdot g} = \frac{k \cdot (l_1 - l_0)}{k \cdot (l_2 - l_0)},$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_1 - l_0}{l_2 - l_0},$$

$$m_1 \cdot (l_2 - l_0) = m_2 \cdot (l_1 - l_0),$$

$$m_1 \cdot l_2 - m_1 \cdot l_0 = m_2 \cdot l_1 - m_2 \cdot l_0,$$

$$l_0 = \frac{m_2 \cdot l_1 - m_1 \cdot l_2}{m_2 - m_1}.$$

Вычислим l_0 :

$$l_0 = \frac{400 \text{ г} \cdot 4 \text{ см} - 200 \text{ г} \cdot 6 \text{ см}}{400 \text{ г} - 200 \text{ г}} = 2 \text{ см}.$$

в) Воспользуемся условием равновесия и решим уравнение:

$$m_x \cdot g = k \cdot (l - l_0),$$

$$m_x = \frac{k \cdot (l - l_0)}{g}.$$

Вычислим:

$$m_x = \frac{100 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot (0.09 \text{ м} - 0.02 \text{ м})}{10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}} = 0.7 \text{ кг} = 700 \text{ г}.$$

г) Жёсткость вдвое короткой пружины в 2 раза больше, $k^* = 2 \cdot 100 \text{ Н/м} = 200 \text{ Н/м}$. Длина недеформированной пружины в два раза меньше: $l_0^* = 2 \text{ см} \div 2 = 1 \text{ см}$. Запишем условие равновесия и решим уравнение:

$$m \cdot g = k \cdot (l_x - l_0),$$

$$l_x = \frac{m \cdot g}{k^*} + l_0^*.$$

Вычислим l_x :

$$l_x = \frac{0.4 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{200 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} + 0.01 \text{ м} = 0.03 \text{ м} = 3 \text{ см}.$$

Заметим, что длина половины пружины при подвешивании того же груза равна половине длины целой пружины: $6 \text{ см} \div 2 = 3 \text{ см}$.

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 2. Пункты в), г)

№ варианта	l , см	m , г	m_x , г	l_x , см
1	9	400	700	3
2	7	200	500	2
3	8	600	600	4
4	10	800	800	5
5	11	1000	900	6
6	12	1200	1000	7
7	9	1400	700	8

Задание 3. Вариант 1. Василий разместил на концах невесомого рычага два груза из одинакового материала, приведя их в равновесие. Объём груза справа в 2 раза больше объёма груза слева. Когда он поменял их местами, равновесие рычага нарушилось. Тогда он опустил один из грузов полностью в жидкость и рычаг снова пришёл в равновесие. Плотность жидкости $\rho_{\text{ж}} = 1000 \text{ кг/м}^3$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$. Выталкивающей силой, действующей на грузы в воздухе, можно пренебречь.

а) Ближе к какому концу была расположена точка опоры?

Ответ:

- ✓ К правому
- К левому
- Посередине

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

б) Во сколько раз отличаются сила упругости подвеса справа и сила упругости подвеса слева до перевешивания?

При расчётах делите большую силу на меньшую. Ответ округлите до целых.

Ответ: 2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

в) На каком плече подвешен груз, который опустили в жидкость после перевешивания?

Ответ:

- ✓ На левом
- На правом
- Невозможно определить

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 1.5 балла

г) Во сколько раз отличаются сила упругости подвеса справа и сила упругости подвеса слева после опускания груза в жидкость? При расчётах делите большую силу на меньшую. Ответ округлите до целых.

Ответ: 2

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 2.5 балла

д) Чему равна плотность грузов? Ответ выразите в г/см^3 , округлите до сотых.

Ответ: 1.33

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 3 балла

Максимальный балл за задание — 10

Решение.

а) Невесомый рычаг первого рода находится в равновесии, значит, плечи сил обратно пропорциональны силам. Большой вес приложен к правому концу рычага, отсюда правое плечо рычага короче и точка опоры расположена ближе к правому концу рычага.

б) Грузы изготовлены из материала одинаковой плотности. Масса больше во столько же раз, во сколько объём. Объёмы грузов отличаются в $n = 2$ раза, во столько же раз отличаются массы. Значит, сила упругости подвеса справа в $k_1 = 2$ раза больше силы упругости подвеса слева.

в) После перевешивания сила, приложенная к левому плечу рычага, увеличилась в 2 раза, а сила, приложенная к правому плечу рычага, уменьшилась в $k_2 = 2$ раза. Значит, надо уменьшить силу, действующую на левое плечо рычага.

г) Невесомый рычаг первого рода находится в равновесии, значит, плечи сил обратно пропорциональны силам. Правое плечо рычага короче, значит, больший вес приложен к правому концу рычага. Плечо в 2 раза короче, поэтому сила в 2 раза больше.

д) Запишем уравнение моментов относительно точки опоры, обозначив меньшее плечо $x \neq 0$:

$$mg \cdot x = (2mg - F_a) \cdot 2x$$

Решим получившееся уравнение:

$$\rho V g \cdot x = (\rho_ж 2V g - \rho_ж 2V g) \cdot 2x, \quad \rho = (\rho - \rho_ж) \cdot 4.$$

Вычислим плотность:

$$3\rho = 4\rho_ж, \quad \rho = \frac{4\rho_ж}{3} = \frac{4 \cdot 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{3} \approx 1.33 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

Матрица параметров и ответов к вариантам задания 3.

Пункты б, г, д)

№ варианта	n	$\rho_ж, \text{кг/м}^3$	k_1	k_2	$\rho, \text{г/см}^3$
1	2	1000	2	2	1.33
2	2	800	2	2	1.07
3	2	1100	2	2	1.47
4	3	1000	3	3	1.13
5	3	1100	3	3	1.24
6	3	1200	3	3	1.35
7	4	1200	4	4	1.28